

POLINOMIOS

1.- Dados los polinomios:

$$P(x) = -3x^2 - 4x + 8; Q(x) = 5x^2 + 6x - 9; R(x) = x^3 - 5x^2 + x - 8; S(x) = x^3 - 6x^2 - 9x + 13$$

Calcula:

a) $P(x) + Q(x)$ b) $P(x) - R(x)$ c) $R(x) + S(x)$ d) $Q(x) - S(x)$

2.- Calcular el valor numérico de los polinomios del ejercicio anterior para $x = 0, -1, -3, \frac{1}{2}$ y -2 .

3.- Dados los polinomios:

$$P(x) = \frac{3}{2}x^4 - 2x^2 + 6x - \frac{1}{3}; Q(x) = x^3 + 2x^2 - 6x + \frac{5}{4}; R(x) = \frac{4}{3}x^2 + 6x - \frac{7}{4}$$

Calcula:

a) $P(x) + Q(x)$ c) $Q(x) - R(x)$ e) $R(x) + P(x)$
b) $P(x) - Q(x)$ d) $Q(x) - P(x)$ f) $R(x) - P(x)$

4.- Dado $P(x) = 5x^2 - 3x + 1$, calcula los siguientes productos e indica su grado.

a) $P(x) \cdot x$ c) $P(x) \cdot (-x)$ e) $P(x) \cdot 3x$
b) $P(x) \cdot x^2$ d) $P(x) \cdot (-x^2)$ f) $P(x) \cdot (-5x)$

5.- Realizar los siguientes productos de polinomios e indicar el grado de los factores y del resultado:

a) $(3x^2 - 7x + 8) \cdot (x - 5)$ h) $(6x^2 + \frac{4}{5}x - 7) \cdot (3x^2 + 4x - 1)$
b) $(-x^2 - 2x + 9) \cdot (2x + 1)$ i) $(\frac{2}{5}x^5 + \frac{4}{3}x^2 + 6x - 1) \cdot (x + 1)$
c) $(2x^2 - 4x + 16) \cdot (\frac{1}{2}x + \frac{1}{2})$ j) $(-x) \cdot (5x + 6)$
d) $(2x^3 + 4x^2 - 5x + 7) \cdot (x^2 + 4x + 8)$ k) $(\frac{4}{5}x^4 + 3x^3 - x^2 + x) \cdot (x^2 + 2x - 1)$
e) $(x + 8) \cdot (x^3 - 1)$
f) $8x \cdot (-3x^2 + x + 11)$
g) $(x^3 - 2x^2 + x + 6) \cdot (x^5 - x^3 + 1)$

6.- Efectuar las siguientes divisiones, realizando la comprobación en cada caso:

a) $(x^2 - 8x - 24) : (x^2 - 3)$ g) $(10x^3 - 15) : (x + 5)$
b) $(x^3 - 5x^2 + 8x - 9) : (x + 6)$ h) $(5x^6 - 4x^4 - 9x^2 - 10) : (x^4 + 2)$
c) $(3x^4 + 8x^3 - 6x^2 - 12) : (x^3 - 1)$ i) $(x^3 + 2x^2 + x - 1) : (x^2 - 1)$
d) $(4x^4 - 5x^2 + 8x - 10) : (x^2 + 2)$ j) $(x^4 + 3x^2 - 2x + 5) : (x^4 + 1)$
e) $(x^5 + 6x^3 - 12x + 6) : (x^3 - 4)$ k) $(x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 4x + 5) : (x^2 - x + 1)$
f) $(x^6 + 5x^4 + 3x^2 - 2x) : (x^2 - x + 3)$

7.- Calcula, aplicando la regla de Ruffini, el cociente y el resto de las siguientes divisiones:

- a) $(2x^4 + 3x^3 - 4x^2 + x - 18) : (x - 2)$
 b) $(3x^4 - 10x^3 - x^2 - 20x + 5) : (x - 4)$
 c) $(2x^4 - 10x + 8) : (x + 2)$
 d) $(x^3 - 3x^2 + 2x - 8) : (x - 4)$
 e) $(x^4 - 5x^3 + 2x^2 - 1) : (x - 5)$
 f) $(x^7 - 3x^6 + 2x + 18) : (x - 1)$
 g) $(x^{10} - 4x^8) : (x + 1)$
 h) $(10x^3 - 15) : (x + 5)$
 i) $(x^3 - 3x^2 + 2x - 10) : (x - 3)$
 j) $(x^6 - 1) : (x - 1)$
 k) $(x^3 - x^2 + x + 14) : (x + 2)$
 l) $(x^5 - 3x^3 + 2x) : (x - 4)$
 m) $(x^3 - 4x^2 + 5x - 8) : (x - 2)$
 n) $(2x^5 + 3x^2 - 6) : (x + 3)$
 o) $(x^4 - 7x^3 + 8x^2 - 2) : (x - 1)$

8.- Escribe, utilizando el Teorema del resto, el valor de m para que cada una de la siguientes divisiones sea exacta:

- a) $(x^3 + 8x^2 + 4x + m) : (x + 4)$
 b) $(2x^3 - 10x^2 - 5x + m) : (x - 5)$
 c) $(2x^4 + 3x^3 - 4x^2 - m) : (x - 2)$
 d) $(12x^2 - 3x + m) : (x - 8)$
 e) $(x^2 + 4x - m) : (x + 3)$
 f) $(x^3 - 5x^2 + m) : (x - 1)$
 g) $(5x^4 + 2x^2 + mx + 1) : (x - 3)$
 h) $(x^5 - 4x^3 + mx^2 - 10) : (x + 1)$
 i) $(2x^3 + 9x^2 + 7x - m) : (x + 2)$
 j) $(x^4 + x^3 - 2x^2 - mx + 17) : (x + 1)$
 k) $() : (x - 3)$

9.- Escribe las posibles raíces enteras de cada polinomio:

- a) $x^4 - 3x^3 - 2x - 16$
 b) $x^5 + 4x^2 - x + 12$
 c) $x^8 - 4x^6 + 5x^3 - 20$
 d) $x^6 + 3x^5 - 2x^4 + x + 18$
 e) $x^4 - 3x^3 + 2x^2 + 7x - 3$
 f) $3x^4 + 2x^2 - 2x + 2$
 g) $x^5 + 3x^4 - 4x - 1$
 h) $3x^4 - 11x^3 + 14x^2 - mx + 20$

10.- Factoriza los siguientes polinomios:

- a) $x^2 - 4x + 4$
 b) $x^2 - 4$
 c) $x^2 - 25$
 d) $4x^2 + 12x + 9$
 e) $9x^2 - 6x + 1$
 f) $16x^2 + 16x + 4$
 g) $x^3 - 16x$
 h) $x^6 - x^2$
 i) $2x^3 - 8x$
 j) $x^3 + 6x^2 + 9x$
 k) $x^3 - 10x^2 + 25x$
 l) $x^4 - 6x^3 + 4x^2$
 m) $x^3 - x^2 - 4x + 4$
 n) $x^3 - 2x^2 - x + 2$
 o) $x^3 - 6x^2 + 6x - 6$
 p) $x^4 - x^3 - 9x^2 + 9x$
 q) $x^4 - 5x^3 - x^2 + 5x$
 r) $x^4 + 2x^3 - 5x^2 - 6x$
 s) $x^3 + 2x^2 - x - 2$
 t) $2x^3 + 20x^2 + 50x$
 u) $3x^3 + 18x^2 + 27$
 v) $4x^3 + 32x^2 + 64x$
 w) $x^3 - 7x^2 - 6x - 8$

11.- Factoriza los siguientes polinomios:

- a) $x^3 - 7x^2 + 7x + 15$
 b) $5x^2 + 20x + 20$
 c) $x^4 - x^3 + x^2 - x$
 d) $36x^4 + 12x^2 + 1$
 e) $x^3 + 8$
 f) $x^3 - x^2 - 8x + 12$
 g) $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$
 h) $x^4 - 4x^3 - 7x^2 + 10x$
 i) $8x^3 - 8$
 j) $x^3 - 2x^2 - x + 2$
 k) $3x^2 - 12x - 15$
 l) $5x^2 + 5x - 30$
 m) $x^2 - 9$
 n) $8x^3 + 2x^2 + 6x + 4$
 o) $2x^4 - 5x^3 - 5x - 2$
 p) $2x^2 - 7x + 3$
 q) $6x^3 + 4x - 2$
 r) $x^5 - 16x$

12.- Calcula el M.C.D. y el m.c.m. de los siguientes polinomios:

- a) $P(x) = x^2(x - 3)$; $Q(x) = x(x - 3)$; $R(x) = x(x - 3)(x + 3)$
 b) $P(x) = (x + 2)^2$; $Q(x) = (x + 2)^3$; $R(x) = x + 2$
 c) $P(x) = x^2 - 1$; $Q(x) = (x - 1)^2$
 d) $P(x) = (x + 2)$; $Q(x) = (x - 2)^3$; $R(x) = x$
 e) $P(x) = x^2 - 4x$; $Q(x) = x^3 + 5x^2 + 6x$
 f) $P(x) = x^3 + 6x^2 + 11x + 6$; $Q(x) = x^3 + 3x^2 - 4$
 g) $P(x) = x^3 - 2x^2 - 7x + 4$; $Q(x) = x^3 + 4x^2 - x - 4$

- h) $P(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$; $Q(x) = x^2 - x - 2$
 i) $P(x) = 3x^4 - 3x^3$; $Q(x) = 12x^3 + 12x^2$; $R(x) = 18x^3 - 18x$
 j) $P(x) = x^3 - 8x^2 + 21x - 18$; $Q(x) = x^3 + x^2 - 6x$; $R(x) = x^3 - 8$

13.- Simplificar las siguientes fracciones algebraicas:

- | | |
|---|--------------------------------------|
| a) $\frac{x^4 + x^3 - 4x^2 - 4x}{x^4 - 5x^2 + 4}$ | f) $\frac{x^3 - 8}{3x^2 - 5x - 2}$ |
| b) $\frac{2x^3 - 3x + 2}{x^3 - x^2 - x}$ | g) $\frac{9x^2 - 1}{15x + 5}$ |
| c) $\frac{x^4 - 2x^3 - 2x - 1}{x^3 + 2x^2 + x}$ | h) $\frac{x^3 - 1}{x^2 - 1}$ |
| d) $\frac{x^3 - 7x + 6}{x^3 + 2x^2 - 5x - 6}$ | i) $\frac{4x^2 + 12x + 9}{4x^2 - 9}$ |
| e) $\frac{x^3 - x^2 - 2x}{x^3 - 6x^2 + 11x - 6}$ | j) $\frac{x + 1}{x^2 - 1}$ |

14.- En las siguientes sumas y resta, opera y simplifica:

- | | |
|--|--|
| a) $\frac{1}{x+2} + \frac{1}{x-2} + \frac{4}{x^2 - 4}$ | d) $\frac{2x}{x-1} + \frac{3x+1}{x-1} - \frac{1-x}{x^2 - 1}$ |
| b) $\frac{3}{x-2} + \frac{1}{x+2}$ | e) $\frac{4}{1+x} + \frac{x}{1+x^2} + \frac{x+1}{x-1}$ |
| c) $\frac{x+1}{x^2 - 1} - \frac{x^2}{x+1}$ | f) $\frac{3}{2x-4} + \frac{1}{x-2} - \frac{x+10}{2x^2 - 8}$ |

15.- Opera y simplifica:

- a) $\left(\frac{1}{x^3} - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x}\right)(x^4 + x^3)$
 b) $\left(\frac{1+x}{1-x} + \frac{1-x}{1+x}\right)\left(\frac{3}{4x} - \frac{x}{4} - x\right)$
 c) $\left(x + \frac{x}{x-1}\right)\left(x - \frac{x}{x-1}\right)$